**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Комбинаторика

Combinatorics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 062551

Санкт-Петербург

2019

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о комбинаторике в объеме, необходимом для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла и цикла теоретической информатики. Усвоение основных идей, понятий и фактов комбинаторики, умение применять их на практике при решении математических задач.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом "Дискретная математика".

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: производящие функции, вероятностные методы, алгебраические методы, матроиды. Дисциплина участвует в формировании компетенций обучающихся по образовательной программе, установленных учебным планом для данной дисциплины.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Лекции 24 часа, практические занятия 8 часов, консультации 2 часа, промежуточная аттестация (экзамен) 2 часа.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 2 | 24 |  | 2 | 8 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 13 |  | 23 |  | 12 | 2 |
|  | 2-150 |  | 2-100 | 2-30 |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 24 |  | 2 | 8 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 13 |  | 23 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 2 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 1**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Производящие функции | Лекции | 6 |
| практические занятия | 2 |
|  |  |
| по методическим материалам | 3 |
| 2 | Вероятностные методы | Лекции | 4 |
| практические занятия | 2 |
|  |  |
| по методическим материалам | 2 |
| 3 | Алгебраические методы | Лекции | 9 |
| практические занятия | 3 |
|  |  |
| по методическим материалам | 5 |
| 4 | Матроиды | Лекции | 5 |
| практические занятия | 1 |
|  |  |
| по методическим материалам | 3 |
|  | Экзамен | промежуточная аттестация (ауд) | 2 |
|  |  | промежуточная аттестация (с.р.) | 23 |

**Раздел 1: Производящие функции**

1. Производящие функции. Линейные рекурренты и рациональные производящие функции. Числа Фибоначчи.

2. Производящая функция числа разбиений. Асимптотика числа разбиений. Тройное тождество Якоби, пентагональная теорема Эйлера.

3. Экспонента, логарифм, биномиальный ряд. Экспоненциальные производящие функции. Производящая функция для чисел Каталана. Числа Стирлинга 1 и 2 рода.

**Раздел 2: Вероятностные методы**

4. Вероятностный метод: нижняя оценка на числа Рамсея R(k,k), оценка размера независимого множества, графы с большим обхватом и большим хроматическим числом. Графы-расширители.

5. Локальная лемма Ловаса.

**Раздел 3: Алгебраические методы**

6. Комбинаторная теорема о нулях. Вычисление коэффициентов многочленов. Приложение к списочным раскраскам графов.

7. Матрица смежности графа, собственные числа, лапласиан графа, матричная теорема о деревьях. Связь собственных чисел и свойства расширения. Сильно регулярные графы.

8. Приложения линейной алгебры в комбинаторике: неравенства Фишера и Боллобаша для систем множеств, слабая гипотеза Бержа о совершенных графах.

9. Коды, исправляющие ошибки. Линейные коды. Основные понятия, оценки Хэмминга, Синглтона, Варшамова-Гилберта, Плоткина, Элайеса-Бассалыго. Коды Хэмминга, Адамара, Рида-Соломона. Каскадные коды. Коды с помощью графов-расширителей.

10. Матрицы Адамара. Дизайны, проективные плоскости. Теорема Брука-Райзера.

**Раздел 4: Матроиды**

11. Матроиды. Базы, циклы, ранговая функция матроида. Двойственный матроид. Ранговая функция двойственного матроида. Прямая сумма матроидов. Образ матроида.

12. Объединение матроидов. Теорема Радо о независимой трансверсали. Обобщение. Ранговая функция образа матроида. Ранговая функция объединения матроидов. Теорема Нэша-Уильямса о покрытии графа лесами.

13. Многочлен Татта матроида. Многочлен Татта графа. Связь с хроматическим многочленом, ненулевыми потоками, связными и ациклическими ориентациями.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и практических занятий

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводятся в устной форме. Билет состоит из одного вопроса. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 1**

Темы **практических заданий**:

1. Производящие функции.

2. Вероятностные методы в комбинаторике.

3. Алгебраические методы в комбинаторике.

4. Матроиды.

**Список вопросов к экзамену:**

1. Производящие функции. Линейные рекурренты и рациональные производящие функции. Числа Фибоначчи.

2. Производящая функция числа разбиений. Асимптотика числа разбиений. Тройное тождество Якоби, пентагональная теорема Эйлера.

3. Экспонента, логарифм, биномиальный ряд. Экспоненциальные производящие функции. Производящая функция для чисел Каталана. Числа Стирлинга 1 и 2 рода.

4. Вероятностный метод: нижняя оценка на числа Рамсея R(k,k), оценка размера независимого множества, графы с большим обхватом и большим хроматическим числом. Графы-расширители.

5. Локальная лемма Ловаса.

6. Комбинаторная теорема о нулях. Вычисление коэффициентов многочленов. Приложение к списочным раскраскам графов.

7. Матрица смежности графа, собственные числа, лапласиан графа, матричная теорема о деревьях. Связь собственных чисел и свойства расширения. Сильно регулярные графы.

8. Приложения линейной алгебры в комбинаторике: неравенства Фишера и Боллобаша для систем множеств, слабая гипотеза Бержа о совершенных графах.

9. Коды, исправляющие ошибки. Линейные коды. Основные понятия, оценки Хэмминга, Синглтона, Варшамова-Гилберта, Плоткина, Элайеса-Бассалыго. Коды Хэмминга, Адамара, Рида-Соломона. Каскадные коды. Коды с помощью графов-расширителей.

10. Матрицы Адамара. Дизайны, проективные плоскости. Теорема Брука-Райзера.

11. Матроиды. Базы, циклы, ранговая функция матроида. Двойственный матроид. Ранговая функция двойственного матроида. Прямая сумма матроидов. Образ матроида.

12. Объединение матроидов. Теорема Радо о независимой трансверсали. Обобщение. Ранговая функция образа матроида. Ранговая функция объединения матроидов. Теорема Нэша-Уильямса о покрытии графа лесами.

13. Многочлен Татта матроида. Многочлен Татта графа. Связь с хроматическим многочленом, ненулевыми потоками, связными и ациклическими ориентациями.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Анкета для студентов для оценки качества преподавания курса.

Просим Вас заполнить анкету-отзыв по прочитанной дисциплине. Обобщенные данные анкет будут использованы для ее совершенствования. По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (обведите выбранный Вами балл). В

случае необходимости впишите свои комментарии.

1. Насколько Вы удовлетворены содержанием дисциплины в

целом?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2. Насколько Вы удовлетворены общим стилем преподавания?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. Как Вы оцениваете качество подготовки предложенных

методических материалов?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. Насколько Вы удовлетворены использованием

преподавателями активных методов обучения?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. Какой из модулей (разделов) дисциплины Вы считаете наиболее полезным, ценным с точки зрения дальнейшего обучения и/или

применения в последующей практической деятельности?

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

6. Что бы Вы предложили изменить в методическом и

содержательном плане для совершенствования преподавания данной

дисциплины?

Комментарий\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

СПАСИБО!

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ. MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского..

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 2 кусков на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. А. М. Райгородский. Вероятность и алгебра в комбинаторике. М.:

МЦНМО, 2008, 48 с.

<http://www.mccme.ru/free-books/dubna/raigor-1.pdf>

2. Н. К. Верещагин, В. А. Успенский, А. Шень. Колмогоровская сложность и

алгоритмическая случайность. М.: МЦНМО, 2013, 576 с.

<http://www.mccme.ru/free-books/shen/kolmbook.pdf>

3. А. М. Райгородский. Гипотеза Кнезера и топологический метод в

комбинаторике. М.: МЦНМО, 2011, 32 с.

<http://www.mccme.ru/free-books/dubna/raigor-3.pdf>

4. А. М. Райгородский. Модели случайных графов. М.: МЦНМО, 2011, 136 с.

<http://www.mccme.ru/free-books/dubna/raigor-4.pdf>

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. С. К. Ландо, Лекции о производящих функциях. – М.: МЦНМО, 2004.

2. Н. Алон, Дж. Спенсер. Вероятностный метод. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2007.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

1. Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: http://www.librarv.spbu.ru/

2. Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: http://www.librarv.spbu.ru/cgibin/irbis64r/cgiirbis 64.ехе?С21 COM=F&I21 DBN=IBIS&P21 DBN=IBIS

3. Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: http://cufts.librarv.spbu.ru/CRDB/SPBGU/

4. Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource tvpe=8

**Раздел 4. Разработчики программы**

Фёдор Владимирович Петров, доктор физ.-мат. наук, доцент СПбГУ, fedyapetrov@gmail.com